....

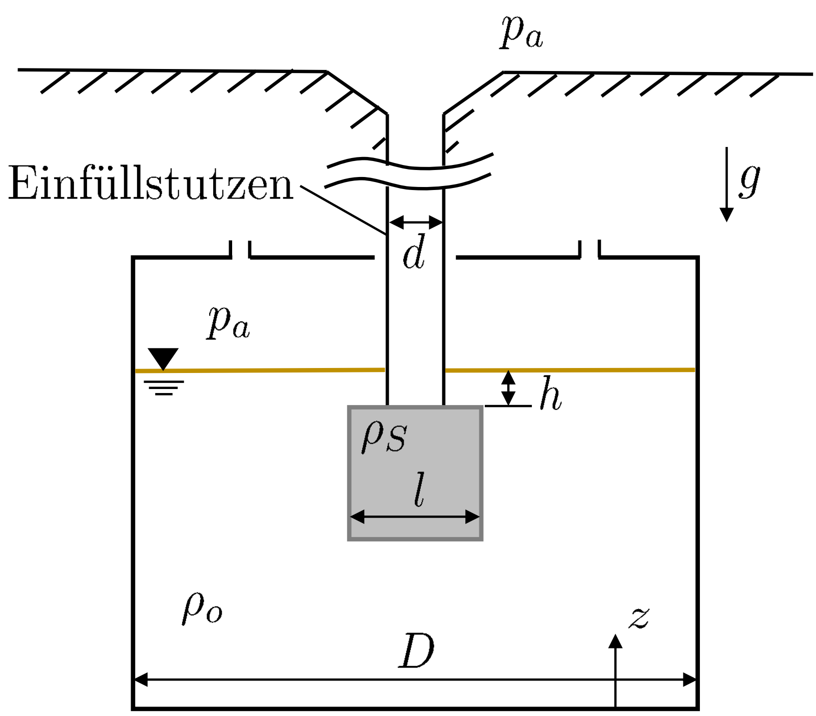
(Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur „Strömungsmechanik I“

28. 03. 2022

1. Aufgabe (7 Punkte)

Ein Ölstandssensor soll untersucht werden: Dieser kann vereinfacht als Würfel mit der Kantenlänge l modelliert werden und befindet sich in einer zylindrischen Wanne mit dem Durchmesser D, die mit Öl der Dichte ρ_O gefüllt ist. Über einen mit der Umgebung fest verbundenen Einfüllstutzen kann Öl in die Wanne nachgefüllt werden. Der Einfüllstutzen ist ein offenes zylindrisches Rohr mit dem Durchmesser d, dessen Wandstärke vernachlässigbar klein ist. Der Ölstandssensor kann sich in Abhängigkeit des Füllstandes nur in vertikaler Richtung frei bewegen.



a) Berechnen Sie die Kraft, die der Ölstandssensor auf das Rohr ausübt unter der Annahme, dass der Einfüllstutzen mit Luft gefüllt ist.

Um den Sensor vor unerwünschtem Abrieb zu schützen, soll dieser im Betrieb keine Kraft mehr auf den Einfüllstutzen ausüben. Hierfür wird zusätzliches Öl mit dem Volumen ΔV über den Einfüllstutzen eingefüllt. Die hinzugefügte Ölmenge ΔV ist so groß, dass sich eine neue Füllhöhe $h^* > h$ einstellt.

b) Bestimmen Sie das Volumen ΔV, welches benötigt wird, damit sich der neue Füllstand h^* einstellt und der Ölstandssensor gerade keine Kraft mehr auf den Einfüllstutzen ausübt.

Gegeben:

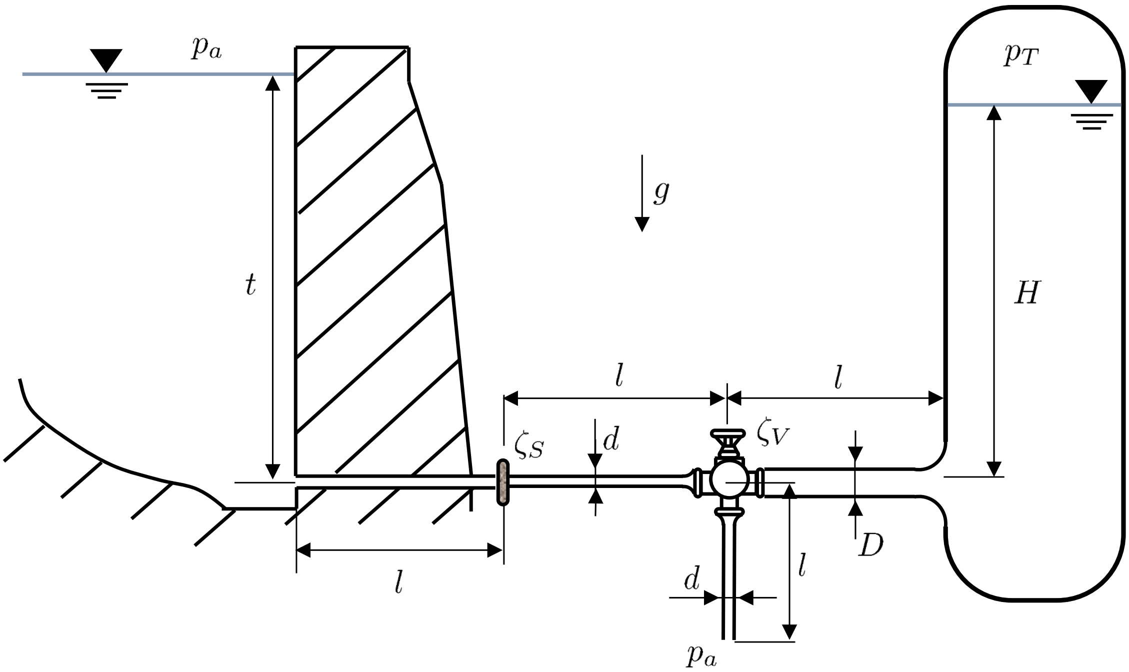
$g, \quad h, \quad D, \quad d, \quad l, \quad \rho_O, \quad \rho_S, \quad \rho_S < \rho_O, \quad h^*$

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

2. Aufgabe (12 Punkte)

Das Hochdruckkühlsystem eines Fusionsreaktors wird durch einen nahe gelegenen See gespeist. Es besteht aus einem großen, zylindrischen Flaschentank, welcher über mehrere Rohre und ein Ventil an den See angeschlossen ist. Damit keine Fremdkörper in das System gelangen, ist in der Rohrleitung vor dem See ein Sieb (Druckverlust ζ_S) eingebaut. Das Regelungsventil besitzt einen Verlustbeiwert ζ_V. Alle Rohre weisen einen Rohrreibungsbeiwert λ auf. Während des Betriebs des Reaktors herrscht in dem Tank ein Druck p_T.



Zur Reinigung des Siebes wird nach dem Betrieb das Ventil so verstellt, dass das Kühlwasser zurück in den See geleitet wird. Es bildet sich eine stationäre Strömung aus.

a) Bestimmen Sie den Innendruck des Hochdrucktanks so, dass der zur Siebreinigung benötigte Volumenstrom $\dot{V}$ erreicht wird. $\dot{V}$ können Sie als bekannt annehmen.

Während eines Notfalls muss der Hochdruckkühlwassertank möglichst schnell geleert werden. Hierfür wird das Ventil so verstellt, dass das Wasser vollständig in den Auslauf fließt. Im Folgenden können die Verluste aus Aufgabenteil a) vernachlässigt werden. Der Druck p_T ist konstant und als gegeben anzunehmen.

b) Bestimmen Sie die Zeit ΔT, in der die Strömung am Auslauf 70% ihrer stationären Endgeschwindigkeit erreicht hat. Betrachten Sie diesen Vorgang als instationär.

Gegeben:

p_a, ρ, g, D, d, H, t, l, λ, ζ_S, ζ_V, $l \gg D$, Hinweis:

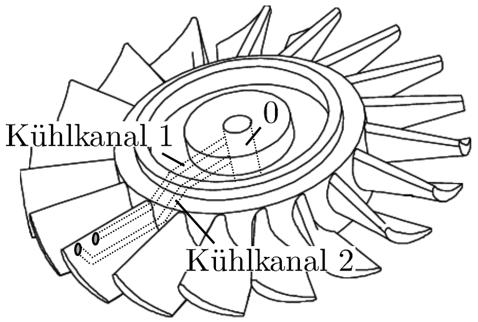
- Es gilt:

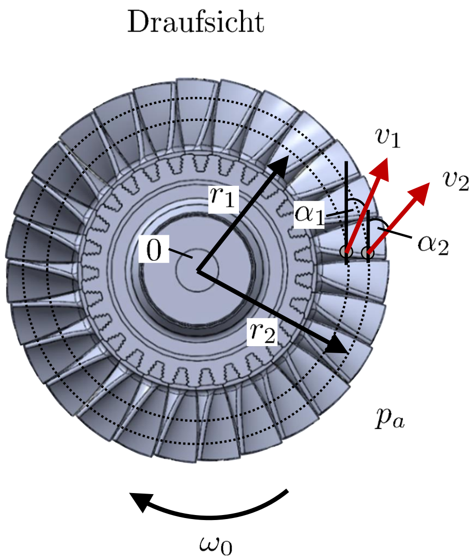
$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \begin{cases} \dfrac{1}{2a} \ln \dfrac{a+x}{a-x} & \text{für} \quad |x| < a \\ \dfrac{1}{2a} \ln \dfrac{x+a}{x-a} & \text{für} \quad |x| > a \end{cases}$$

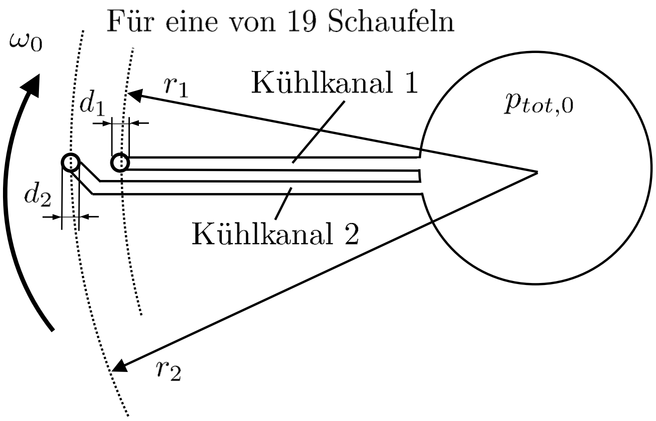
- Die Höhenspiegeländerung des Sees und des Wassertanks sind vernachlässigbar.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

3. Aufgabe (10 Punkte)

Die Filmkühlung einer Hochleistungsturbine soll untersucht werden. Die Turbinenstufe besitzt 19 Schaufelblätter mit jeweils zwei Auslassdüsen pro Schaufel (Durchmesser d_1 und d_2). Die Kühlluft wird über Kanäle von der Hauptleitung (Zustand 0) zu den Auslassdüsen geleitet und verlässt das Schaufelblatt jeweils unter einem Winkel α_1 bzw. α_2 gegenüber der Umfangsrichtung. In der verlustfreien Zuleitung herrscht ein Totaldruck $p_{tot,0}$. Die Düsen befinden sich im Abstand r_1 bzw. r_2 von der Drehachse. Die Verluste beim Durchströmen der Kühlkanäle bis zur ersten Düse können durch den Verlustbeiwert ζ_1, die Verluste bis zu Düse 2 durch den Verlustkoeffizienten ζ_2 beschrieben werden. Beide Velustkoeffizienten sind jeweils auf die Geschwindigkeit im Zulauf (v_0) bezogen.







Die Turbine rotiert mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_0, sodass in der Hauptleitung ein statischer Druck p_0 gemessen wird.

a) Bestimmen Sie die Querschnittsfläche der Zuleitung!

Nach dem Betrieb steht die Turbine still und muss eine Zeit lang weiter gekühlt werden.

b) Welches Moment ist aufzubringen, so dass die Turbine bei austretender Kühlung nicht rotiert?

Gegeben:

$\rho, \quad p_{tot,0}, \quad p_0(\omega = \omega_0), \quad p_0(\omega = 0), \quad p_a, \quad r_1, \quad r_2, \quad d_1, \quad d_2, \quad \zeta_1, \quad \zeta_2, \quad \alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \omega_0$

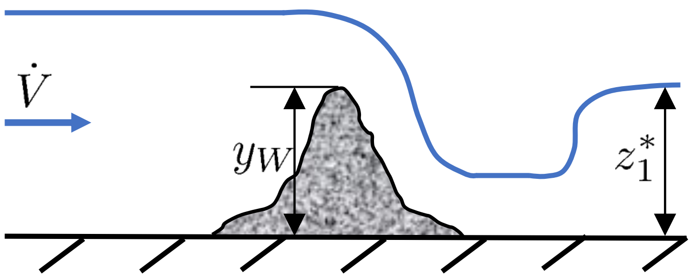
Hinweis:

- Die absoluten Düsenaustrittsgeschwindigkeiten v_1 und v_2 müssen nicht mehr explizit ins Ergebnis eingesetzt werden, wenn diese innerhalb eines Aufgabenteils in Abhängigkeit der gegebenen Größen bestimmt wurden.
- Die Volumenströme treten senkrecht aus den Austrittslöchern 1 & 2 aus.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

4. Aufgabe (9 Punkte)

a) Leiten Sie die minimale Energiehöhe $H_{min} = f(\dot{V}, B, g)$ als Funktion des Volumenstroms $\dot{V}$, der Gerinnebreite B und der Erdbeschleunigung g her, und geben Sie die dazu gehörige Wassertiefe $z_{gr} = f(\dot{V}, B, g)$ an.

Zur kontinuierlichen Bewässerung in einem Gewächshaus wird Wasser (Volumenstrom $\dot{V}$) durch einen Bewässerungskanal (Breite B) gepumpt. Die Wassertiefe in dem Kanal beträgt z_1^*.



b) Durch fortwährende Ablagerungen bildet sich ein Hindernis mit der Höhe y_W. Um wieviel muss die Pumpleistung für einen gleichbleibenden Volumenstrom $\dot{V}$ in diesen Zustand erhöht werden? Nehmen Sie an, dass sich hinter dem Hindernis ein Wassersprung ausbildet.

Gegeben:

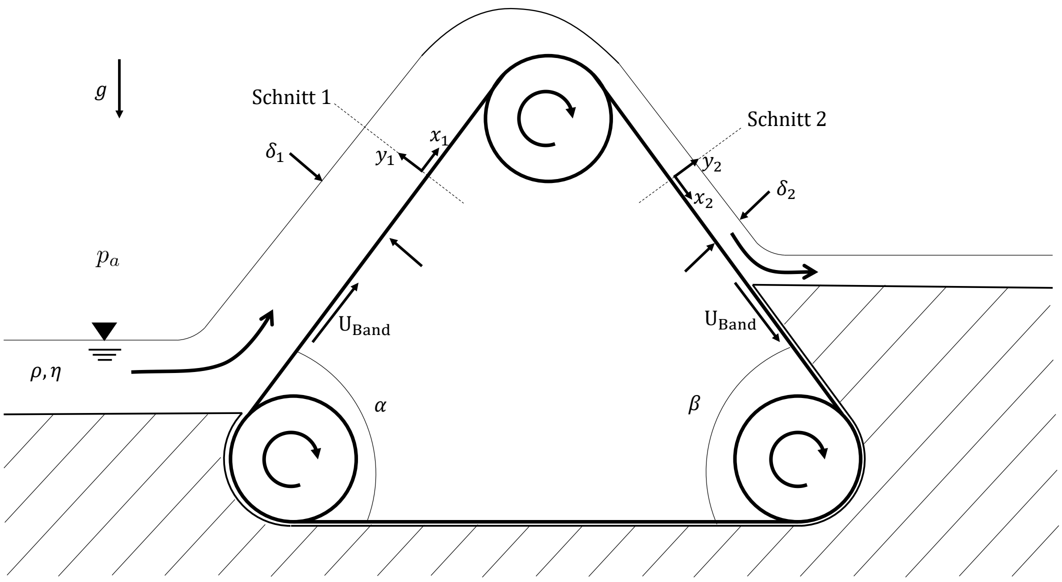
$\rho, \quad \dot{V}, \quad z_1^*, \quad y_W, \quad g, \quad B$

Hinweis:

- Alle Aufgaben können unabhängig voneinander bearbeitet werden.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

5. Aufgabe (11 Punkte)

Aus einem Schmiermittelreservoir soll mithilfe eines dreieckigen Förderbandes eine konstante Schmiermittelmenge gefördert werden. Nehmen Sie an, dass sich auf beiden Seiten des Fließbandes eine voll ausgebildete, laminare Strömung einstellt.



a) Stellen Sie das Kräftegleichgewicht in Strömungsrichtung für jeweils ein Fluidelement in den Schnitten 1 und 2 auf und vereinfachen Sie.

b) Berechnen Sie die beiden Geschwindigkeitsprofile $u(y, \delta)$ in den Schnitten 1 und 2.

c) Berechnen Sie die Filmdicke δ_1 als Funktion des Verhältnisses der Filmdicken $n = \frac{\delta_2}{\delta_1}$.

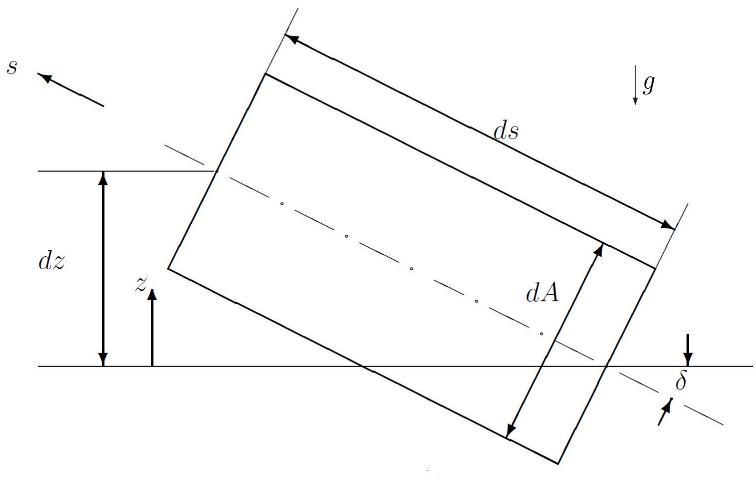
Gegeben: $g, \quad \eta, \quad \rho, \quad U_{Band}, \quad \alpha, \quad \beta$

Hinweis:

- Das Fluid weist ein Newtonsches Scherverhalten auf.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

6. Aufgabe (11 Punkte)

a) Leiten Sie ausgehend von dem zweiten Newtonschen Gesetz die Bernoulli-Gleichung an dem unten gezeichneten Stromfadenelement her! Nennen Sie explizit die Annahmen, die Sie während Ihrer Herleitung treffen.



Ein 2-dimensionales, reibungsfreies Strömungsfeld kann für die Zeit $t > t_0$ durch die folgenden Geschwindigkeitskomponenten beschrieben werden:

$$\begin{aligned} u(x,y,t) &= \frac{t_0\,y}{t^2} \\ v(x,y,t) &= V_0\,cos(\omega t) \end{aligned}$$

b) Bestimmen Sie die Stromlinie, die zum Zeitpunkt $t_1 = \frac{\pi}{\omega}$ durch den Ort $(x_1, 0)$ geht. Geben Sie hierfür als erstes die Definition der Stromlinie für eine 2-dimensionale Strömung an.

c) Bestimmen Sie die y-Komponente der Bahnkurve $y(t)$ eines Wasserteilchens, das sich zum Zeitpunkt $t_1 = \frac{\pi}{\omega}$ am Ort $(x_2, 0)$ befand. Geben Sie hierfür als erstes die y-Komponente der Definition des Bahnkurvenvektors für eine 2-dimensionale Strömung an.

Gegeben:

$V_0, \quad t_0, \quad x_1, \quad x_2, \quad \omega$

Hinweis:

- Alle Aufgaben können unabhängig voneinander bearbeitet werden.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.