

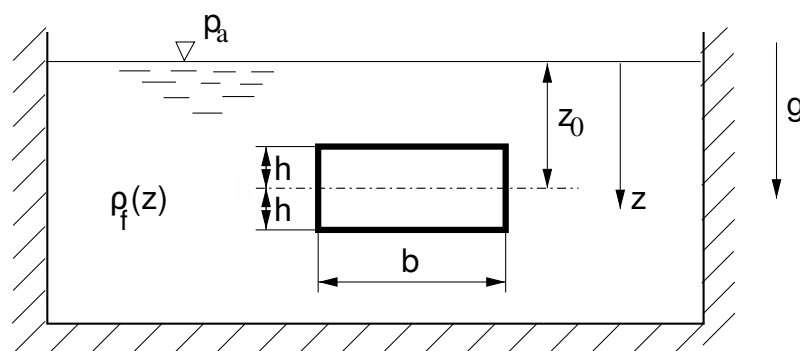
Klausur „Strömungsmechanik I“

14. 03. 2023

1. Aufgabe (7 Punkte)

- Erläutern Sie den Satz des Archimedes und geben Sie die entsprechende Gleichung zur Auftriebsberechnung an. Benennen Sie die benutzten Größen.
- Welche Voraussetzung muss für die Anwendung der Gleichung erfüllt sein?

Betrachtet wird im Folgenden ein quaderförmiger Körper (Breite b , Höhe $2h$, Tiefe t) in einem Behälter, der mit einem Fluid der Dichte $\rho_f(z) = \rho_0 + \alpha z + \beta z^2$ gefüllt ist. Der Außendruck p_a sei konstant.



- Stellen Sie das Druckintegral über die Oberfläche des Körpers auf und bestimmen Sie damit den Auftrieb des Körpers.
- Unter welcher Bedingung für die Stoffkoeffizienten $\{\alpha, \beta\}$ kann der Auftrieb des Körpers mithilfe des Archimedeschen Prinzips unter Verwendung der Dichte $\bar{\rho}_f = \rho_f(z_0)$ bestimmt werden?

Gegeben:

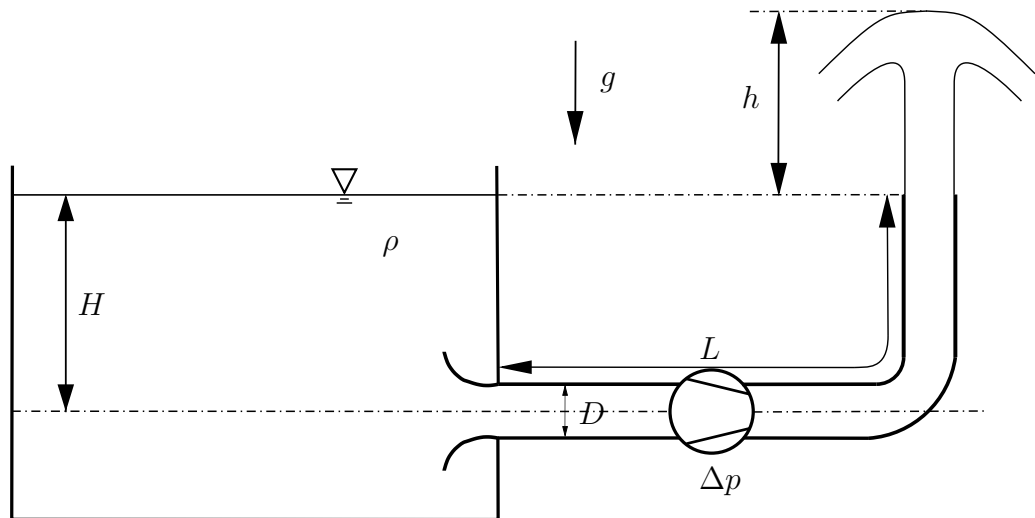
$\rho_0, \alpha, \beta, b, h, t, g, z_0$

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

2. Aufgabe (11 Punkte)

Eine Fontäne wird aus einem großen Behälter gespeist. Durch Einschalten einer Pumpe im Zulauf zum Zeitpunkt $t = 0$ wird eine konstante Druckdifferenz Δp erzeugt. Die Strömung ist vorerst als verlustfrei anzunehmen.



- Wie hoch ist die stationäre Endgeschwindigkeit am Rohraustritt?
- Bestimmen Sie die Höhe h der Fontäne für $t \rightarrow \infty$.
- Nach welcher Zeit T_1 wird die halbe stationäre Endgeschwindigkeit am Rohraustritt erreicht?

Im Folgenden soll die Wandreibung in der Zuleitung der Fontäne nicht länger vernachlässigt werden. Der Rohrreibungsbeiwert λ sei gegeben.

- Wie groß muss die von der Pumpe erbrachte Druckdifferenz Δp^* sein, damit sich für $t \rightarrow \infty$ eine doppelt so hohe Fontäne im Vergleich zu b) ergibt.

Gegeben:

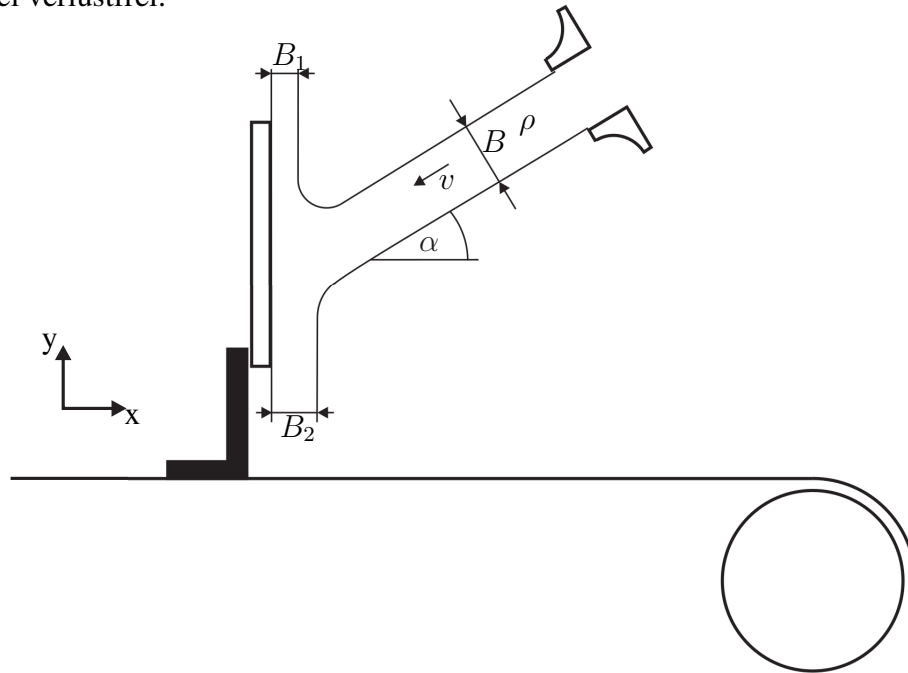
$\rho, g, L, \Delta p, \lambda, D$

Hinweise:

- Am Scheitelpunkt der Fontäne ist die Geschwindigkeit zu vernachlässigen.
- $\int \frac{1}{a^2-x^2} dx = \frac{1}{2a} \ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right)$
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

3. Aufgabe (8 Punkte)

Auf einem Transportband ist ein ebener Gegenstand vertikal montiert, der von einem zweidimensionalen Wasserstrahl gereinigt werden soll. Der Wasserstrahl tritt aus einer Düse mit der Breite B unter dem Winkel α gegenüber der Horizontalen aus und besitzt die Geschwindigkeit v . Der Strahl wird von dem Gegenstand, wie in der Skizze dargestellt, umgelenkt. Die Strömung im Strahl sei verlustfrei.



- Berechnen Sie die Komponenten der Kraft pro Tiefenausdehnung T , die von dem Strahl auf den Gegenstand ausgeübt wird, wenn sich das Transportband nicht bewegt.
- Berechnen Sie die Breiten B_1 und B_2 des abströmenden Strahls für ein stehendes Transportband.
- Bestimmen Sie die Komponenten der Kraft pro Tiefenausdehnung T auf den Gegenstand, wenn sich das Transportband mit der Geschwindigkeit v_F in positive x -Richtung bewegt und der Strahl unter dem Winkel $\alpha = 0$ auf den Gegenstand trifft.
- Wie groß ist die Fördergeschwindigkeit v_F^* , wenn die Kraft auf den Gegenstand doppelt so groß ist wie im nicht bewegten Zustand? In beiden Fällen sei der Winkel $\alpha = 0$.

Gegeben:

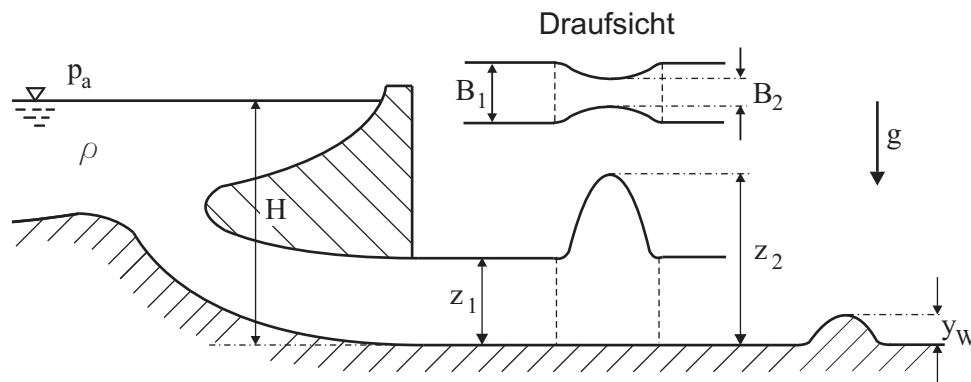
ρ, B, v_F, v, α

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

4. Aufgabe (13 Punkte)

Aus einem großen Reservoir strömt Wasser in einen offenen Kanal der Breite B_1 . In dem Kanal beträgt die Höhe des Wasserspiegels z_1 . Der Kanal verengt sich an einer Stelle auf $B_2 = B_1/\sqrt{2}$. An dieser Stelle wird die Spiegelhöhe $z_2 = 2z_1$ gemessen. Nach der Verengung folgt eine Bodenwelle der Höhe y_W .



- Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v_1 vor der Verengung in Abhängigkeit der Höhe H .
- Bestimmen Sie die Höhe H des Wasserspiegels in dem Reservoir.
- Bestimmen Sie die Froudezahl nach der Verengung und skizzieren Sie sorgfältig 4 mögliche Verläufe der Spiegelhöhe nach der Verengung bis hinter die Bodenwelle.
- Bestimmen Sie die Grenzhöhe y_{gr} der Bodenwelle, wenn zwischen der Verengung und der Bodenwelle ein Wassersprung steht.

Gegeben:

$$z_1, \quad z_2 = 2z_1, \quad \frac{B_2}{B_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad g$$

Hinweis:

- Das Verhältnis der Spiegelhöhen über einen Wassersprung ist:

$$\frac{z_{nach}}{z_{vor}} = \sqrt{\frac{1}{4} + 2Fr_{vor}^2} - \frac{1}{2}$$

wenn der Index „vor“ den Zustand vor dem Sprung und „nach“ den Zustand nach dem Sprung bezeichnet, und Fr die Froude-Zahl ist.

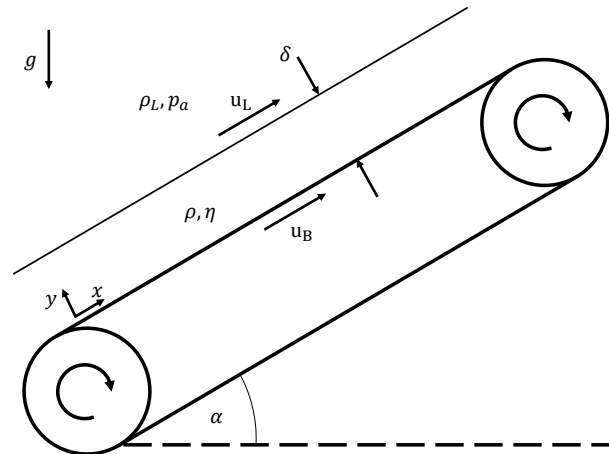
- Das Verhältnis von Grenzhöhe und minimaler Energiehöhe ist:

$$z_{gr} = \frac{2}{3}H_{min} = 3\sqrt{\frac{\dot{V}^2}{gB^2}}$$

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

5. Aufgabe (14 Punkte)

In einem Industrieprozess wird ein Fluid mithilfe eines schrägen Förderbandes transportiert. Das Band bewegt sich mit der Geschwindigkeit u_B . Der Umgebungsdruck p_a ist konstant. Es stellt sich eine voll ausgebildete, laminare Strömung der Dicke δ ein.



Nehmen Sie zunächst an, dass die Reibung mit der Umgebungsluft zu vernachlässigen ist.

- Stellen Sie das Kräftegleichgewicht in Strömungsrichtung für ein Fluidelement auf und vereinfachen Sie, um die Differentialgleichung für die Schubspannung zu formulieren.
- Berechnen Sie das Geschwindigkeitsprofil $u(y)$ und das Schubspannungsprofil $\tau(y)$.
- Berechnen Sie den geförderten Volumenstrom pro Tiefenausdehnung T .

Der geförderte Volumenstrom soll nun bei gleichbleibender Bandgeschwindigkeit erhöht werden. Hierzu kommt ein zusätzlicher Luftstrom mit der mittleren konstanten Geschwindigkeit u_L in x -Richtung zum Einsatz. Die Schubspannung an der Phasengrenze kann näherungsweise durch $\tau = \frac{1}{2}c_f\rho_L u_L^2$ beschrieben werden. Die Geschwindigkeitsverteilung des Luftstroms sei hier zu vernachlässigen.

- Wie groß muss die Geschwindigkeit der Luft u_L sein, damit sich eine Verdopplung des geförderten Volumenstroms einstellt?
- Zeichnen Sie sorgfältig die beiden Geschwindigkeitsprofile aus b) und d) in ein Diagramm ein.

Gegeben: $g, \eta, \rho, u_B, \delta, \alpha, \rho_L, c_f$

Hinweis:

- Das Fluid weist ein Newtonsches Scherverhalten auf.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

6. Aufgabe (7 Punkte)

- a) Zeigen Sie mithilfe der Reynoldschen Mittelung, dass $\overline{fg} = \overline{f}\overline{g} + \overline{f'g'}$ gilt.
- b) In einer laminaren reibungsbehafteten Strömung seien zwei Fluide senkrecht zur Strömungsrichtung geschichtet. Die Fluide haben die Viskositäten η_1 bzw. η_2 . Welche Bedingungen müssen an der Grenzfläche für die Geschwindigkeitskomponente in Strömungsrichtung gelten?
- c) Erläutern Sie den Begriff der zähen Unterschicht.
- d) Formulieren Sie die allgemeine Gleichung für den Impulsmomentensatz einer stationären Strömung.