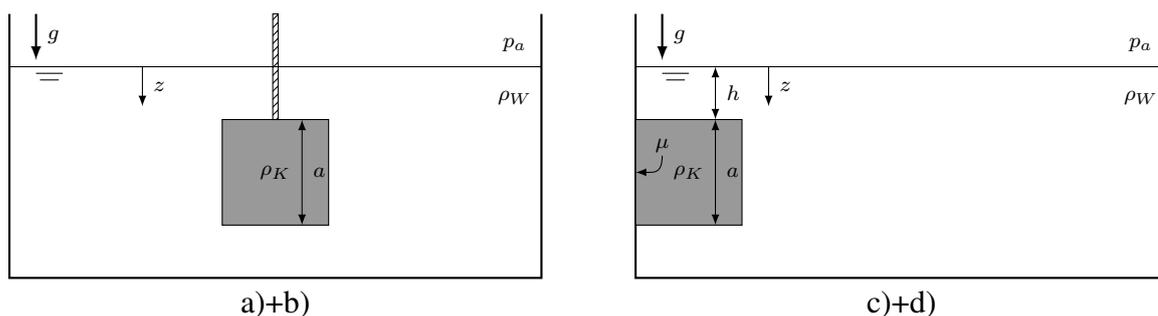


**Klausur „Strömungsmechanik I“**

14. 09. 2023

1. Aufgabe (9 Punkte)

Ein Würfel der Dichte  $\rho_K$  und Kantenlänge  $a$  wird an einem vernachlässigbar dünnen Seil in ein Becken abgelassen, welches mit einer Flüssigkeit der Dichte  $\rho_W$  gefüllt ist. Es gilt  $\rho_K > \rho_W$ . Der Körper berührt den Rand des Beckens zunächst nicht.



- a) Zeichnen Sie den Druckverlauf in der projizierten Ebene entlang der horizontalen und vertikalen Oberflächen des Körpers. Übertragen Sie hierzu die Skizze aus der Aufgabenstellung in Ihr Lösungsblatt.
- b) Bestimmen Sie die Auftriebskraft in Abhängigkeit des Körpervolumens durch Integration der Druckkräfte auf den 6 Teilflächen des Würfels.

Der Körper wird nun am Rand des Beckens in die Flüssigkeit gleiten gelassen. Die Kontaktfläche zwischen Körper und Wand ist ideal und ist frei von Flüssigkeit. Zwischen der Wand und dem Körper herrscht zudem der Reibungskoeffizient  $\mu$ .

- c) Zeichnen Sie erneut den Druckverlauf in der projizierten Ebene entlang der Oberfläche des Körpers sorgfältig. Übertragen Sie hierzu die Skizze aus der Aufgabenstellung in Ihr Lösungsblatt.
- d) Bestimmen Sie die Tiefe  $h$ , in welcher der Körper den Gleichgewichtszustand erreicht. Gehen Sie von einem stationären Problem aus und vernachlässigen Sie die Trägheit des Würfels.

Gegeben:

$\rho_W, \rho_K, \rho_K > \rho_W, a, g, p_a, \mu$

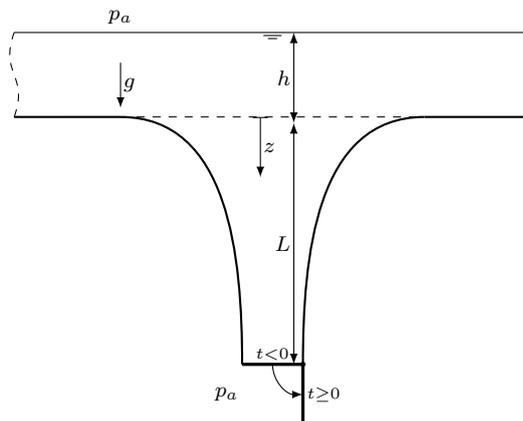
Hinweise:

- Die Reibkraft kann mit  $F_R = \mu F_N$  bestimmt werden, wobei  $F_N$  die Anpresskraft ist. Im Rahmen dieser Aufgabe wird nicht zwischen Gleit- und Haftreibung unterschieden.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

2. Aufgabe (10 Punkte)

An einem sehr großen Behälter der Höhe  $h$  ist an der Unterseite ein Rohr der Länge  $L$  mit veränderlichem Querschnitt  $A(z)$  und einer Klappe am Auslass angebracht. Zur Zeit  $t < 0$  ist die Klappe geschlossen. Der Behälter und das Rohr sind mit einem Fluid gefüllt. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird der Auslass des Rohres plötzlich geöffnet.

$$A(z) = A_0 e^{-\alpha z}$$



- Welche Beschleunigung erfährt das Fluid am Auslass zum Zeitpunkt  $t = 0$ ?
- Bestimmen Sie die stationäre Geschwindigkeit am Auslass für  $t \rightarrow \infty$ .
- Nach welcher Zeit erreicht die Austrittsgeschwindigkeit 50% der stationären Geschwindigkeit?

Gegeben:

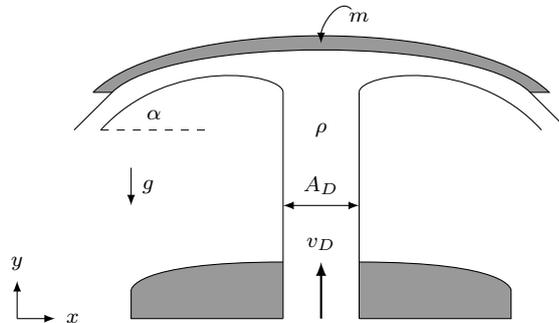
$$L, \quad h, \quad \alpha, \quad g$$

Hinweise:

- Die Strömung ist reibungsfrei.
- Die Strömung ist als eindimensional zu betrachten.
- Der Auslass des Rohres kann als scharfkantig angenommen werden.
- Zu Teilaufgabe c):  $\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx = \begin{cases} \frac{1}{2a} \ln \frac{a+x}{a-x} & \text{für } |x| < a \\ \frac{1}{2a} \ln \frac{x+a}{x-a} & \text{für } |x| > a \end{cases}$
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

### 3. Aufgabe (11 Punkte)

Ein Frisbee der Masse  $m$  gerät in den Strahl eines Springbrunnens. Der Wasserstrahl prallt auf die Scheibe und wird in zwei gleichgroße Teilstrahlen zerteilt. Das Problem kann vereinfacht als zweidimensional angenommen werden. Das Frisbee bewegt sich zunächst nicht.



a) Bestimmen Sie die Masse  $m$  des Frisbee.

Um das Frisbee aus dem Wasserstrahl zu befreien, wird die Geschwindigkeit des Strahls auf  $v_D^*$  reduziert. Infolge sinkt das Frisbee mit einer Geschwindigkeit von  $\frac{1}{4}v_D^*$  nach unten.

b) Bestimmen Sie die neue Geschwindigkeit des Wasserstrahls  $v_D^*$ .

Wir betrachten den Impulssatz im mitbewegten Koordinatensystem.

c) Zeigen Sie durch eine kurze Rechnung, dass

$$\frac{d\vec{I}}{dt} = \int_{KF} \rho \vec{v}_{abs} (\vec{v}_{rel} \cdot \vec{n}) dA = \int_{KF} \rho \vec{v}_{rel} (\vec{v}_{rel} \cdot \vec{n}) dA$$

gilt.

Gegeben:

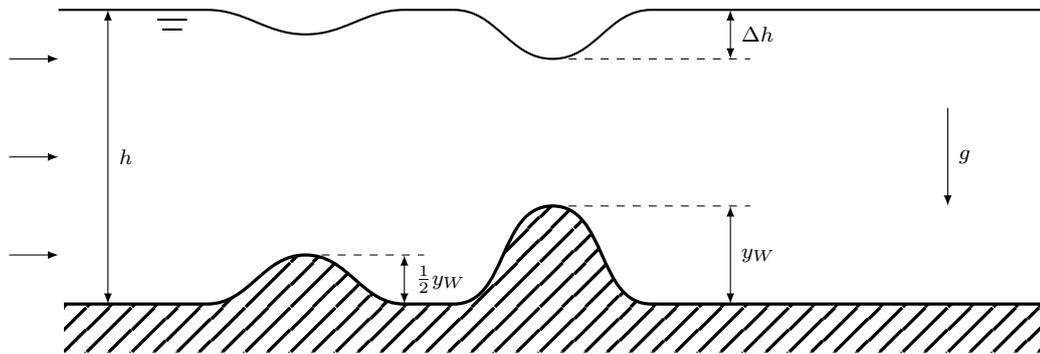
$$\rho, \quad g, \quad \alpha, \quad v_D, \quad A_D$$

Hinweise:

- Die Strömung ist reibungsfrei.
- Die Gewichtskraft des Fluides ist zu vernachlässigen.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

4. Aufgabe (9 Punkte)

Sie stehen am Rand eines offenen Kanals der Breite  $B$  und Höhe  $h$ . Am Boden des Kanals befindet sich ein Wehr der Höhe  $1/2 y_W$  gefolgt von einem Wehr der Höhe  $y_W$ . Sie beobachten, dass sich der Wasserspiegel über dem höheren Wehr um  $\Delta h$  absenkt.



- Bestimmen Sie den Volumenstrom des Gerinnes.
- Für welchen Volumenstrom  $\dot{V}^*$  wird bei gleichbleibender Energiehöhe ein kritischer Zustand in der Strömung erreicht?

Der Volumenstrom wird nun auf  $\dot{V}^*$  erhöht.

- Zeichnen Sie die beiden möglichen Verläufe in einem Energiehöhendigramm für den Fall, dass in einem Abstand hinter dem höheren Wehr weiterhin die Spiegelhöhe  $h$  beträgt und die Anströmung unterkritisch bleibt.

Gegeben:

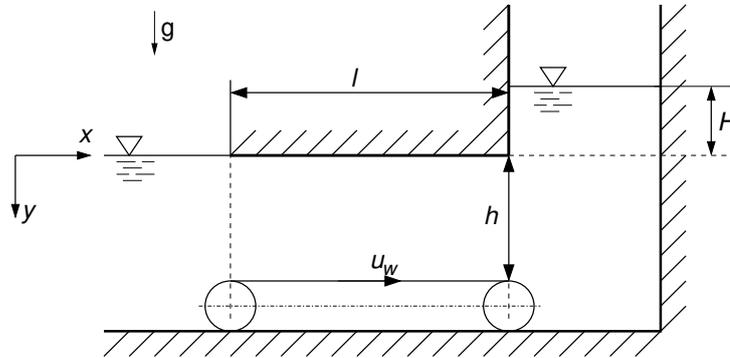
$$h, \quad \Delta h, \quad y_W, \quad B, \quad g$$

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

5. Aufgabe (11 Punkte)

Ein Förderband mit der Umlaufgeschwindigkeit  $u_w$  fördert Öl mittels einer laminaren Strömung in einem Spalt. Das Öl hat die Zähigkeit  $\eta$  und die Dichte  $\rho$ . Außerhalb des Öls herrscht überall derselbe Umgebungsdruck.



- Stellen Sie das Kräftegleichgewicht in Strömungsrichtung für ein Fluidelement auf und vereinfachen Sie, um die Differentialgleichung für die Schubspannung zu formulieren.
- Berechnen Sie das Geschwindigkeitsprofil  $u(y)$  und das Schubspannungsprofil  $\tau(y)$  in Abhängigkeit des Druckgradienten  $\frac{\partial p}{\partial x}$ .
- Welcher Höhenunterschied  $H$  kann maximal erreicht werden?

Gegeben:

$$u_w, \quad \rho, \quad \eta, \quad h, \quad l, \quad g$$

Hinweise:

- Die Strömung im Spalt (Höhe  $h$ ) sei über der Bandlänge  $l$  voll ausgebildet.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

6. Aufgabe (10 Punkte)

- a) Beschreiben Sie die Begriffe Stromlinie, Bahnlinie und Rauchlinie.
- b) Nennen Sie drei nicht-Newtonsche Fluidtypen und skizzieren Sie jeweils die Schubspannung in Abhängigkeit von der Scherrate.
- c) Definieren Sie im Zusammenhang mit einer reibungsbehafteten Rohrströmung den Begriff „hydraulisch glatt“.
- d) Skizzieren Sie die zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsprofile einer laminaren und einer turbulenten Rohrströmung. Erläutern Sie kurz den Unterschied zwischen den beiden Profilen und nennen Sie den physikalischen Grund, der zur unterschiedlichen Ausprägung des turbulenten Profils führt.