.......................................................................... ..........................................................................

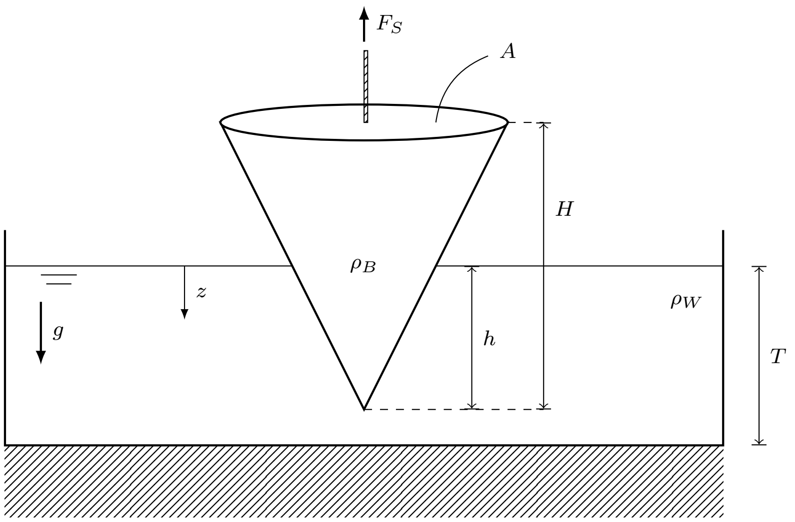
(Matr.-Nr, Unterschrift)

## Klausur „Strömungsmechanik I“

14. 03. 2024

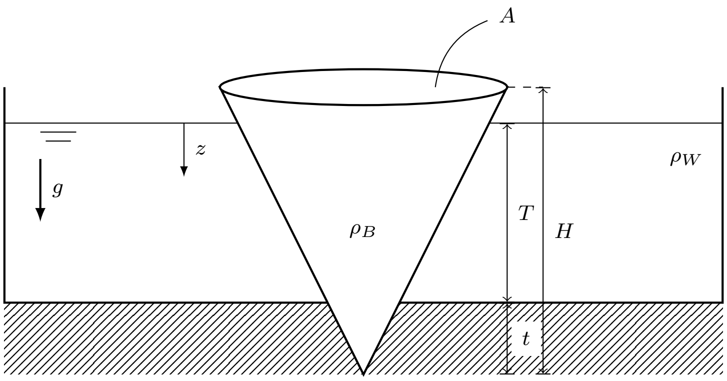
1. Aufgabe (7 Punkte)

In einem sehr großen Hafenbecken der Tiefe $T$ soll eine Aussichtsplattform installiert werden. Die Plattform besteht aus einem massiven Kegel aus Beton der Dichte $\rho_B$, welcher mit der Spitze nach unten in den Boden gerammt werden soll. Der Kegel hat die Grundfläche $A$ und die Höhe $H$. Zunächst wird der Kegel an einem Seil mit einem Kran ins Wasser abgelassen. Die Seilkraft beträgt $F_S$. Vernachlässigen Sie den Auftrieb in der Luft.




a) Bestimmen Sie die Eintauchtiefe $h$ des Kegels ins Wasser.

Der Kegel wird nun vom Kran abgekoppelt und mit Schwung bis zur Tiefe $t$ in den Boden gerammt.




b) Berechnen Sie die Auftriebskraft $F_A$ des Kegels mithilfe der Auftriebsformel nach Archimedes und skizzieren Sie, welcher Teil des Volumens des Kegels für den Auftrieb wirksam ist.

Gegeben:

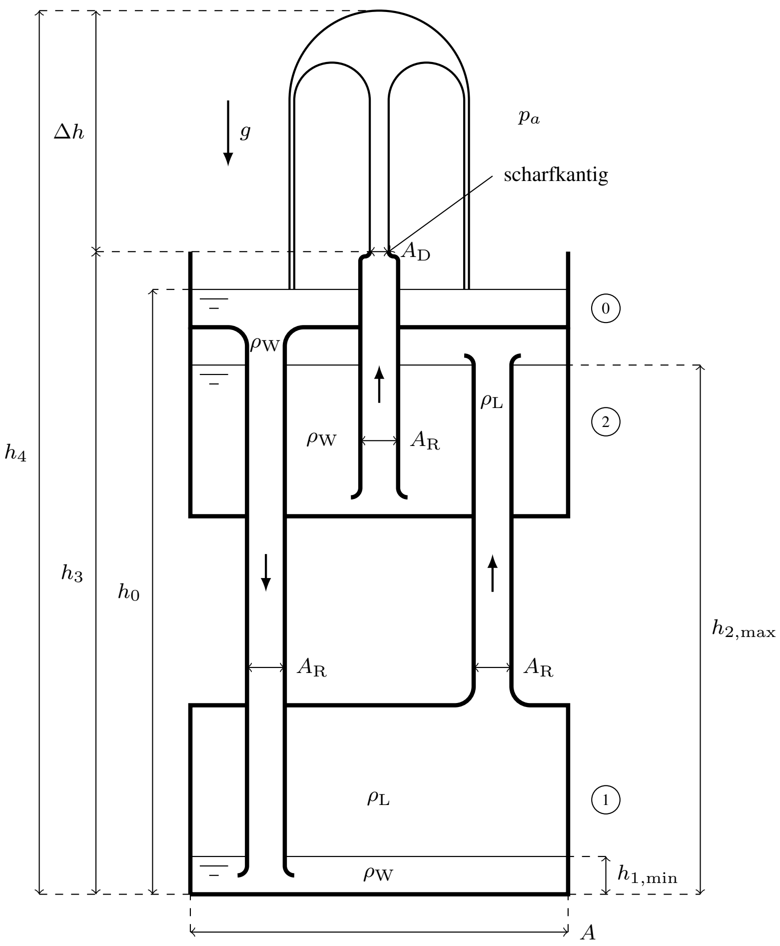
$\rho_B, \quad A, \quad H, \quad \rho_W, \quad g, \quad t, \quad T, \quad F_S\,.$

Hinweis:

- Das Volumen eines Kegels der Höhe $h_{\text{Kegel}}$ und Grundfläche $A$ beträgt $V = \frac{1}{3}Ah_{\text{Kegel}}$.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

2. Aufgabe (13 Punkte)

Ein Heronsbrunnen besteht aus drei Behältern mit der über die Höhe konstanten Grundfläche $A$, d.h. einem Auffangbecken mit Wasserspiegelhöhe $h_0$, einem unteren Reservoir mit Wasserspiegelhöhe $h_1$ und einem oberen Reservoir mit Wasserspiegelhöhe $h_2$. Im Betrieb wird durch das Zusammenspiel des Luftdrucks der verbundenen Behälter Wasser aus dem oberen Reservoir (2) durch eine Düse mit Querschnittsfläche $A_\mathrm{D}$ gepumpt, im Auffangbecken (0) aufgefangen, wo es dann in das untere Reservoir (1) abfließen kann. Die Strömungsrichtungen in den jeweiligen Rohren mit Querschnittsfläche $A_\mathrm{R}$ sind in der Skizze mit Pfeilen gekennzeichnet.




Zu Beginn betragen die Wasserspiegelhöhen im Auffangbecken $h_0$, im oberen Reservoir $h_{2,\mathrm{max}}$ und im unteren Reservoir $h_{1,\mathrm{min}}$.

a) Vor dem Betrieb sei die Düse verschlossen, d.h. $A_\mathrm{D} = 0$, und der Heronsbrunnen weist keine Fontäne auf. Berechnen Sie die Druckdifferenz $\Delta p = p_3 - p_a$ in der verschlossenen Düse bei $h_3$ gegenüber der Umgebung.

Während des gesamten Betriebs geht kein Wasser durch Verdunsten oder Fontänenverluste verloren, d.h. die Wassermenge der Fontäne landet wieder vollständig im Auffangbecken. Zusätzlich beträgt die Wasserhöhe im Auffangbecken stets konstante $h_0$.

b) Die Düse sei nun geöffnet, d.h. $A_\mathrm{D} > 0$, und eine Fontäne hat sich ausgebildet. Bestimmen Sie einen algebraischen Ausdruck, d.h. ohne Ableitungen wie $\mathrm{d}h_2(t)/\mathrm{d}t$, für die zeitlich abhängige Höhe $\Delta h(t) = h_4(t) - h_3$ der Fontäne unter den Annahmen, dass instationäre

Beschleunigungseffekte bei Ein- und Ausläufen, in Rohren und Becken (quasistationäre Annahme) und die Wassermasse in der Fontäne im Verhältnis zu der Wassermasse in den jeweiligen Behältern zu vernachlässigen sind. Dabei ist $h_2(t)$ gegeben, aber $h_1(t)$ nicht.

Gegeben:

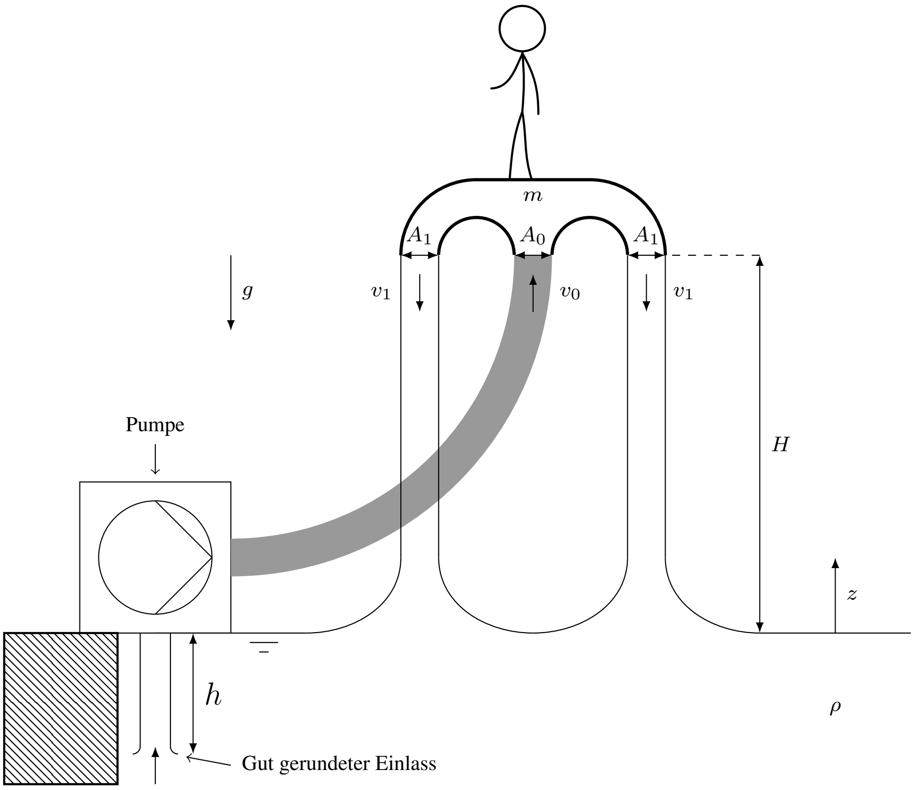
$\rho_\mathrm{W}, \quad \rho_\mathrm{L} \ll \rho_\mathrm{W}, \quad A > A_\mathrm{R} > A_\mathrm{D}, \quad h_0, \quad h_{1,\mathrm{min}}, \quad h_{2,\mathrm{max}}, \quad h_3, \quad g, \quad h_2(t)$

Hinweis:

- Nehmen Sie eine inkompressible verlustfreie Strömung mit gut gerundeten Ein- und Ausläufen an, außer am Düsenaustritt.
- Die Dichte der Luft $\rho_\mathrm{L}$ ist im Verhältnis zur Dichte des Wassers $\rho_\mathrm{W}$ zu vernachlässigen.
- Die Rohrquerschnittsflächen $A_\mathrm{R}$ sind nicht gegenüber der Behälterquerschnittsflächen $A$ zu vernachlässigen.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

<u>3. Aufgabe</u>  (8 Punkte)

Eine Person schwebt mit einem Hoverboard über einem See. Das Board wird mit Wasser angetrieben, welches durch eine Pumpe an der Wasseroberfläche über einen Schlauch zum Board geleitet wird. Hier wird das Wasser symmetrisch in zwei gleich große Teilstrahlen geteilt und nach unten umgelenkt. Die Düsen sind scharfkantig. Das Board samt Person hat eine Masse von $m$. Der Schlauch kann als masselos und schlaff betrachtet werden, sodass dieser keine Kraft auf das Board ausübt. Ebenso wird die Wassermasse im Hoverboard vernachlässigt.




a) Berechnen Sie die Kraft $F_z$, welche das Fluid auf das feststehende Hoverboard ausübt. Nehmen Sie zunächst die Geschwindigkeit $v_1$ am Austritt als gegeben an.

Das Hoverboard schwebt nun auf einer festen Höhe $H$.

b) Bestimmen Sie die Druckdifferenz $\Delta p$, welche die Pumpe für den Betrieb auf dieser Höhe aufbringen muss und das Wasser aus der Tiefe $h$ ansaugt.

<u>Gegeben:</u>

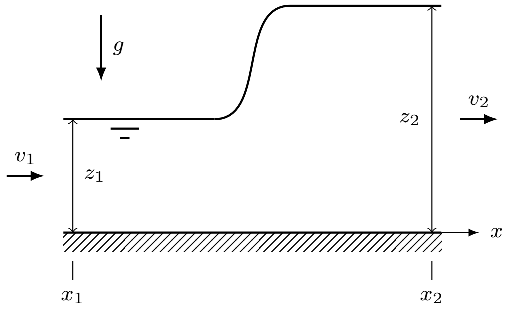
$m, \quad A_0, \quad A_1, \quad \rho, \quad g, \quad h, \quad H$

<u>Hinweis:</u>

- Die Strömung wird als reibungsfrei betrachet.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

4. Aufgabe (10 Punkte)

In einem offenen Gerinne der Breite $B$ steht ein Wassersprung zwischen den horizontalen Koordinaten $x_1$ und $x_2$.




a) Skizzieren Sie den Verlauf der Energiehöhe als Funktion von $x$ im Bereich $x_1 \leq x \leq x_2$ und kennzeichnen Sie den Energiehöhenverlust $\Delta H_{12}$.

b) Die Spiegelhöhe $z_2$ hinter dem Wassersprung beträgt $z_2 = \frac{z_1}{2}(-1 + \sqrt{1 + 8Fr_1^2})$. Leiten Sie diesen Zusammenhang her. Hierbei is die Froude-Zahl $Fr_1$ mit den Einströmgrößen in Zustand 1 zu bilden.

c) Bestimmen Sie den Energiehöhenverlust $\Delta H_{12}$ über den Wassersprung als Funktion der Spiegelhöhen $z_1$ und $z_2$ und der Froude-Zahl $Fr_1$ im Zustand 1.

Gegeben:

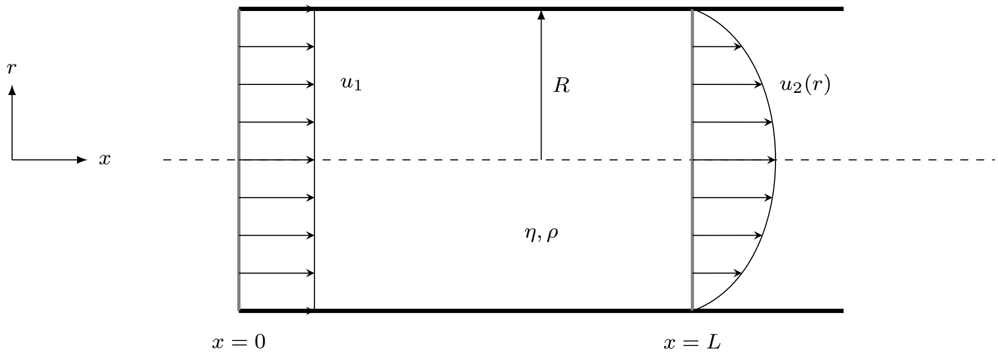
$z_1, \quad v_1, \quad g, \quad B, \quad Fr_1$

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

5.Aufgabe (12 Punkte)

Durch ein Rohr (Radius $R$) strömt ein Newtonsches Fluid (Dichte $\rho$, Zähigkeit $\eta$). An der Stelle $x = 0$ wird das Geschwindigkeitsprofil als rechteckig angenommen. Ab der Stelle $x = L$ ist die Strömung laminar und voll ausgebildet.




a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsverteilung $u_2(r)$.

b) Wie groß ist der Druckverlust $\Delta p$ zwischen $x = 0$ und $x = L$ unter der Annahme, dass sich die Schubspannung an der Wand linear mit der Koordinate $x$ ändert und $\tau_w(x = 0) = C\tau_w(x = L)$ ist.

Gegeben:

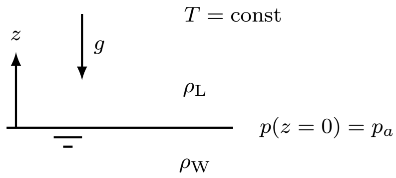
$R, \quad \rho, \quad \eta, \quad u_1, \quad L, \quad C > 1$

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

6. Aufgabe (10 Punkte)

a) Über einer Wassermasse der Dichte $\rho_\mathrm{W}$ befindet sich eine Luft-Atmosphäre der Dichte $\rho_\mathrm{L}(z)$. Nehmen Sie eine ruhende isotherme Luft-Atmosphäre an, für die das ideale Gasgesetz $p = \rho_\mathrm{L} R_\mathrm{L} T$ gilt. Die ruhende Wasserphase wird als eine inkompressible Flüssigkeit beschrieben, d.h. $\rho_\mathrm{W} = \mathrm{const}$. An der Wasseroberfläche herrscht der Druck $p_a$.




Gehen Sie von folgender gegebener differentieller Impulsbilanz in $z$-Richtung für beide Phasen aus

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad \text{mit } g = \mathrm{const}.$$

Leiten Sie die Höhenformel für den statischen Druck $p(z)$ separat für die beiden Stoffphasen her und skizzieren Sie sorgfältig die beiden Verläufe.

b) Welcher Zusammenhang gilt für Strom-, Bahn- und Rauchlinien für ein stationäres Strömungsfeld?

c) Was versteht man unter der Reynolds'schen Zerlegung und der Reynolds'schen Mittelung? Nennen und erklären Sie die definierenden Gleichungen an Hand einer generischen Strömungsgröße $f$.

d) Vereinfachen Sie die Reynolds'sche Mittelung des Produktterms $\overline{fg}$ der generischen Strömungsgrößen $f$ und $g$ so weit wie möglich.

Hinweis:

- Alle Aufgaben können unabhängig voneinander bearbeitet werden.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.